

این نمونه سوال حل شده، توسط تیم آموزشی "ریاضی با هم" آماده شده،
امیدواریم بتوانه بهتون کمک کنه که برای امتحان پایان ترم آماده بشید 😊

برای دریافت جزوه‌های رایگان "ریاضی با هم" دو راه وجود داره:

۱. عضویت در کانال تلگرام "ریاضی با هم" به آدرس:

@RiaziBaHam

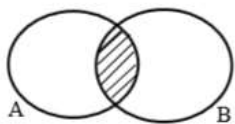
۲. مراجعه به سایت "ریاضی با هم" به آدرس:

www.riazibaham.ir

برای عضویت در کانالهای فصولی حل تمرین می‌تونید به ادمین کانال پیام بدید 😊

نمونه سوال حل شده پایان ترم

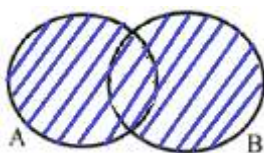
پایه نهم



- ۱ درست (✓) یا نادرستی (×) عبارات زیر را مشخص کنید.
- الف) قسمت هاشور خورده در نمودار ون مقابل را می‌توان به صورت $B \cup A$ نمایش داد.
- ب) عدد $\sqrt{17}/10$ عددی گنگ است.
- ج) درجه ی تک جمله ای $4x^3y^2z$ نسبت به همه متغیرها ۶ می‌باشد.
- د) دو خط $y = 2x + 3$ و $y - 2x = 5$ با هم موازیند.

قسمت الف: نادرست

$A \cup B$ پی رو نشون میده؟ هر چیزی که در A و B هست. پس آگه در شکل بالا
بنوایم $A \cup B$ رو نشون بدیم، به صورت زیر میشه:



قسمت ب: نادرست

آگه عددی نمایش اعشاری مفتوم داشته باشه و یا نمایش اعشاری به تکرار بیفته، عدد گنگ نیست. در اینجا چون بالای ۱۷ فط کشیده شده، یعنی عدد ۱۷ مدرام تکرار همیشه، پس این عدد گنگ نیست.

قسمت ج: درست

در جمله ی $4x^3y^2z$:

درجه نسبت به متغیر x برابر ۳ هست ، یعنی بالاترین توان x

درجه نسبت به متغیر y برابر ۲ هست ، یعنی بالاترین توان y

درجه نسبت به متغیر z برابر ۱ هست ، یعنی بالاترین توان z

اما "درجه نسبت به تمام متغیرها" برابر همیشه با جمع همه توانهایی که داریم:

$$۳ + ۲ + ۱ = ۶$$

قسمت د: درست

دو فط در صورتی موازی هستن که شیب برابر داشته باشن.

آگه معادله فط به صورت $y = ax + b$ نوشته شده باشه، a شیب فط همیشه.

معادله ی هر دو فط رو به فرم بالا می نویسیم:

$$y = 2x + 3$$

$$y = 2x + 5$$

همینطور که می بینیم شیب هر دو فط برابر ۲ هست، بنابراین دو فط با هم موازیند.

۲ جملات زیر را کامل کنید.

الف) مجموعه $A = \{0, \phi\}$ دارای عضو می باشد.

ب) در دو شکل همنهشت، نسبت تشابه برابر عدد می باشد.

ج) از برخورد دو خط $y = 3$ و $x = -2$ نقطه $[\dots]$ بدست می آید.

د) عبارت گویای $\frac{x^2+x}{2x-16}$ به ازای $x = \dots$ تعریف نشده است.

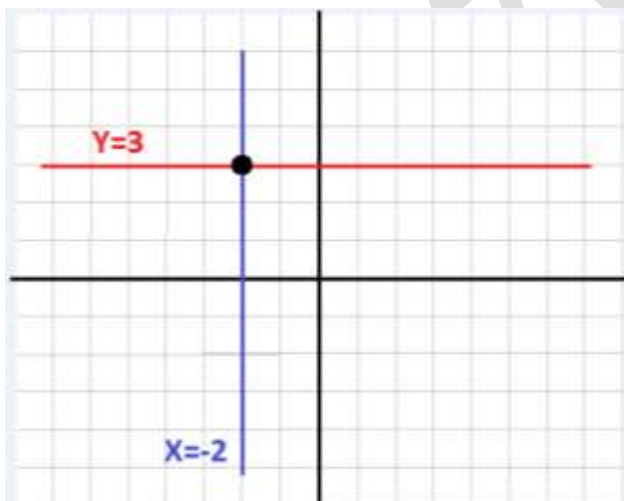
الف: مجموعه A دارای دو عضو 0 و \emptyset هست.

ب: عدد ۱

وقتی دو تا شکل همنهشت باشن یعنی کاملا بر هم منطبق میشن، پس نسبت تشابه اونها برابر ۱ همیشه.

یادآوری: به نسبت دو ضلع متناظر در دو شکل متشابه، نسبت تشابه گفته میشود.

ج: با توجه به شکل زیر از برخورد این دو خط، نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ به دست میاد:



د: برای اینکه بفهمیم که یک عبارت گویا بابت چه مقادیری تعریف نشده س، باید مخرج رو برابر صفر قرار بدیم تا ریشه های مخرج به دست بیان.

ریشه‌های مفرج، مقادیری هستند که یک عبارت گویا به ازای اون‌ها، تعریف نشده‌س.

$$2x - 16 = 0 \rightarrow 2x = 16 \rightarrow x = 8$$

پس این عبارت گویا به ازای $x = 8$ تعریف نشده‌س.

۳ گزینه درست را انتخاب کنید.

(A) نمایش عدد 0.00732 با نماد علمی کدام یک از گزینه های زیر است؟

- الف) $7/32 \times 10^{-3}$ ب) $7/32 \times 10^{-3}$ ج) 0.732×10^3 د) 732×10^{-5}

(B) عبارت $\frac{2-a}{a+5}$ با کدامیک از عبارات زیر برابر است؟

- الف) $\frac{a-2}{a+5}$ ب) $\frac{2-a}{-a-5}$ ج) $\frac{a-2}{-a-5}$ د) $\frac{2}{a} - \frac{a}{5}$

(C) کره ای به شعاع R، در استوانه ای محاط شده است. ارتفاع استوانه را کدام است؟

- الف) $\sqrt{2}R$ ب) $\frac{R}{2}$ ج) R د) $2R$

(D) با توجه به نمودار ون مقابل کدامیک از گزینه های زیر نادرست است؟



- الف) $A \subseteq (A \cap B)$ ب) $M \not\subseteq B$ ج) $A \subseteq M$ د) $B \subseteq M$

قسمت A :

گزینه صحیح : ب

نماد علمی بطوری نوشته میشه؟

یه عدد مثبت یا منفی

یه عدد بین ۱ و ۱۰

$\times 10$

نکته مهمی که نماد علمی داره اینه که عددی که قبل از علامت \times قرار میگیره، هتما باید بزرگتر یا مساوی ۱ و کوچکتر از ۱۰ باشه. یعنی

$$1 \leq a < 10$$

با توجه به مقادیری که a میتونه پذیره، گزینه های ج و د حذف میشن چون مقدار a در اونها بین ۱ و ۱۰ نیست.

از طرفی چون عدد داده شده، کوچکتر از ۱ هست، پس توان ۱۰ در نماذ علمی منفی میشه، پس گزینه صحیح گزینه ب هست.

قسمت B: گزینه ج

زمانی یه کسر با کسر دیگه برابر میشه، که صورت و مخرج هر دو در یه مقدار ثابت ضرب بشن.

در گزینه الف، صورت کسر در علامت منفی ضرب شده ولی مخرج نشده، پس غلطه
در گزینه ب، مخرج کسر در علامت منفی ضرب شده ولی صورت نشده، پس غلطه
در گزینه ج، صورت و مخرج هر دو در علامت منفی ضرب شدن، بنابراین مقدار کسر تغییر نمی کنه.

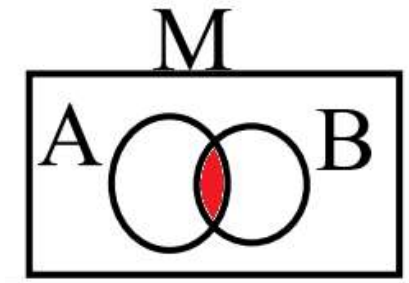
قسمت C: گزینه د

با توجه به شکل زیر، ارتفاع استوانه دو برابر شعاع کره هست.



قسمت D: گزینه الف

قسمت رنگی در شکل زیر نشوندنده $A \cap B$ هست و واضحه که A زیرمجموعه‌ی این قسمت رنگی نیست. بنابراین گزینه الف نادرسته.



الف) اگر $A = \{6, 7, 8\}$ و $B = \{3, 7, 5\}$ و $C = \{4, 5, 7, 8\}$ باشد، عبارات زیر را تکمیل نمایید.

۱) $B - A = \{ \quad \}$

۲) $B \cap C = \{ \quad \}$

ب) جاهای خالی را در مجموعه های زیر طوری پر کنید که مجموعه ها برابر باشند.

$$\left\{ -\frac{1}{2} \text{ و } \sqrt{\frac{4}{9}} \text{ و } \dots \text{ و } 7 \right\} = \left\{ \frac{2}{3} \text{ و } \dots \text{ و } -\frac{1}{5} \text{ و } 5^2 \right\}$$

قسمت الف:

$B - A$ چه عضوهایی هستن؟

عضوهایی که در مجموعه‌ی B هستن ولی در مجموعه A نیستن. بنابراین:

$$B - A = \{3, 5\}$$

$B \cap C$ چه عضوهایی هستن؟

عضوهایی که هم متعلق به B هستن و هم متعلق به C . بنابراین:

$$B \cap C = \{5, 7\}$$

قسمت ب:

دو مجموعه زمانی برابرن که عضوهایشون با هم برابر باشه.

وقتی می‌فویایم برابری دو مجموعه رو بررسی کنیم، اول تا جایی که می‌تونیم عضوهای مجموعه‌ها رو به شکل ساده می‌نویسیم:

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

$$5^2 = 25$$

۵/۰ هم که برابر $\frac{1}{2}$ هست، یه بار دیگه سوال رو با این مقادیر باز نویسی می‌کنیم:

$$\left\{-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \dots, 7\right\} = \left\{\frac{2}{3}, \dots, -\frac{1}{2}, 25\right\}$$

اگه در مجموعه اول ۲۵ و در مجموعه دوم ۷ قرار بدیم، اونوقت اعضای دو مجموعه یکسان میشن و نتیجه می‌گیریم که دو مجموعه با هم برابرن.

۵ در جعبه ای ۴ مهره قرمز و ۵ مهره آبی و ۲ مهره سبز موجود است یک مهره به تصادفی خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد که این مهره سبز یا قرمز نباشد؟

فرض می‌کنیم A، پیشامد سبز یا قرمز نبودن مهره باشه

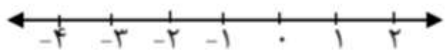
$$P(A) = \frac{\text{تعداد حالتی که مهره سبز یا قرمز نباشه}}{\text{تعداد کل حالات}}$$

تعداد کل حالات برابر میشه با تعداد مهره‌هایی که داخل جعبه هست یعنی ۱۱

تعداد حالتی که مهره سبز یا قرمز نباشه برابر ۵ حالت هست (اینکه مهره سبز یا قرمز نباشه معادل هست با اینکه مهره آبی باشه). بنابراین:

$$P(A) = \frac{5}{11}$$

الف) بین $\sqrt{3}$ و ۴ یک عدد گنگ بنویسید.



ب) مجموعه $\{x \in \mathbb{R} | x \leq -2\}$ را روی محور نمایش دهید.

$$\sqrt{(1 - \sqrt{10})^2} =$$

ج) حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

الف: وقتی میفواریم بین دو عدد، به تعداد عدد گنگ بنویسیم به این صورت عمل می‌کنیم:

اول هر دو عدد رو به صورت رادیکالی می‌نویسیم.

بعد بین اون دو تا، اعدادی رو می‌نویسیم که مربع کامل نباشن.

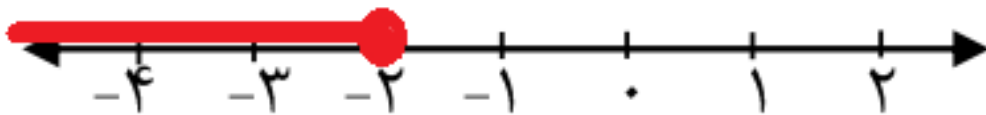
$$\sqrt{3} \dots \dots \sqrt{16} = 4$$

غیر از $\sqrt{4}$ و $\sqrt{9}$ که جوابشون عدد طبیعی میشه، بقیه عددها رو می‌تونیم بنویسیم، به دلفواه یکیشون رو انتخاب می‌کنیم:

$$\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{16}$$

قسمت ب:

میفواریم عضوهایی رو مشخص کنیم که متعلق به \mathbb{R} باشن و کوچکتر یا مساوی -2 :



قسمت ج:

می‌دونیم که عددی که از زیر رادیکال بیرون میاد همیشه مثبت. بنابراین:

$$\sqrt{(1 - \sqrt{10})^2} =$$

فهرجه رادیکال و توان عبارت زیر رادیکال هر دو برابر ۲ هستن، پس می‌تونیم اونها رو با هم ساده کنیم، ولی نکته ای که باید بوش توجه کنیم اینه که متما برای عبارتی که از رادیکال بیرون میاد باید قدرمطلق بذاریم (چون باید مطمئن باشیم مثبت):

$$\sqrt{(1 - \sqrt{10})^2} = |1 - \sqrt{10}|$$

حالا می‌فوییم عبارت رو از داخل قدرمطلق بیرون بیاریم.

برای بیرون آوردن عدد از قدرمطلق ۲ حالت وجود داره، یا عدد داخل قدرمطلق مثبت یا منفی:

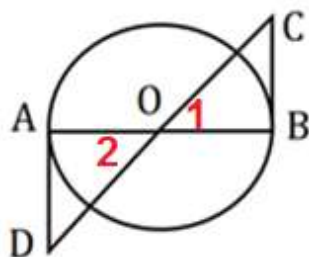
اگه عبارت داخل قدرمطلق مثبت بود، بدون تغییر از قدرمطلق بیرونش می‌اریم.

اگه عبارت داخل قدرمطلق منفی بود، اونو در یه منفی ضرب می‌کنیم و بعد از قدرمطلق بیرون می‌اریم.

$1 - \sqrt{10}$ یک عبارت منفیه (چون $\sqrt{10}$ از ۱ بزرگتره و علامتش منفیه)، پس عبارت رو در منفی ضرب می‌کنیم و از قدرمطلق خارج می‌کنیم، بنابراین:

$$\sqrt{(1 - \sqrt{10})^2} = |1 - \sqrt{10}| = -(1 - \sqrt{10})$$

۷ | در شکل مقابل O مرکز دایره است و AD, BC بر دایره مماس می باشند. نشان دهید که AD, BC برابرند.



سوال به ما گفته که BC و AD بر دایره مماس هستند و ما می‌دونیم که:

مماس بر دایره، در نقطه‌ی تماس بر شعاع دایره عمود است.

بنابراین در این شکل زاویه‌های A و B قائمه هستند

از طرفی $OA=OB$ ، چون هر دو شعاع دایره هستند، بنابراین با هم برابرند

زاویه‌های O_1 و O_2 هم متقابل به راستند پس با هم برابرند

با توجه به مطالبی که گفته شد، نتیجه می‌گیریم دو مثلث بنا به حالت "دو زاویه و ضلع بین" همبسته‌اند.

آنگاه دو مثلث همبسته باشند، اضلاع و زاویه‌های متناظرشون هم با هم برابرند، پس:

$$AD=BC$$

۸ | الف) حاصل عبارات مقابل زیر را بدست آورید.

۱) $3\sqrt{20} - \sqrt{45} =$

۲) $\frac{m^6 \times m^{-2}}{m^2} =$

ب) کسر زیر را گویا کنید.

$$\frac{3}{\sqrt[3]{a^2}} =$$

الف : ما فقط اون دسته از عبارتهای رادیکالی رو می‌تونیم با هم جمع کنیم یا از هم کم کنیم که عدد زیر رادیکالشون با هم برابر باشه

$$3\sqrt{20} - \sqrt{45}$$

اینجا عددهای زیر رادیکال مساوی نیستن پس باید رادیکالها رو ساده کنیم تا به رادیکالهای مساوی برسیم:

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{9} \times \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

جاگذاری می‌کنیم:

$$3\sqrt{20} - \sqrt{45} = 3(2\sqrt{5}) - 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$$

حالا که زیر رادیکالها با هم برابر شد، می‌تونیم اونا رو با هم جمع و منها کنیم:

$$6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = (6 - 3)\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

یادآوری:

ضرب اعداد تواندار با پایه‌های مساوی:

پایه رو می‌نویسیم، توانها رو با هم جمع می‌کنیم.

بنابراین برای صورت کسر داریم:

$$m^6 \times m^{-2} = m^{6+(-2)} = m^4$$

این مقدار رو در صورت جاگذاری می‌کنیم:

$$\frac{m^6 \times m^{-2}}{m^3} = \frac{m^4}{m^3} =$$

حالا دو تا عدد تواندار داریم که بر هم تقسیم شدن.

تقسیم اعداد تواندار با پایه‌های مساوی:

پایه رو می‌نویسیم، توانها رو از هم کم می‌کنیم.

$$\frac{m^4}{m^3} = m^{4-3} = m^1 = m$$

ب:

می‌فوییم کسر زیر رو گویا کنیم:

$$\frac{3}{\sqrt[5]{a^2}}$$

برای گویا کردن یه کسر، باید رادیکال مفرج رو از بین ببریم.

برای از بین بردن رادیکال مفرج، باید توان عدد زیر رادیکال با فرجه‌ی رادیکال برابر بشه. چه عددی رو در مفرج ضرب کنیم که این اتفاق بیفته؟

توان a باید سه تا بیشتر بشه تا برابر ۵ شه، بنابراین صورت و مفرج رو در عبارت زیر ضرب می‌کنیم:

$$\frac{3}{\sqrt[5]{a^2}} \times \frac{\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^3}} =$$

ضرب رو انجام میدیم:

$$\frac{3}{\sqrt[5]{a^2}} \times \frac{\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^3}} = \frac{3 \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^2} \times \sqrt[5]{a^3}} = \frac{3 \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^2 \times a^3}} = \frac{3 \sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^5}}$$

حالا توان عدد با فرجه رادیکال برابر شد بنابراین می‌تونیم رادیکال رو حذف کنیم، ضرب صورت رو هم انجام میدیم:

$$\frac{3\sqrt[5]{a^3}}{\sqrt[5]{a^5}} = \frac{3\sqrt[5]{a^3}}{a}$$

۹ حاصل عبارات زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید.

الف) $(2x + 1)^2 =$

ب) $(x - 10)(10 + x) =$

اولین اتحاد اتحاد مربع هست، جواب اتحاد مربع از راه زیر به دست میاد:

$$(دومی + اولی)^2 = دومی^2 + (2 \times اولی \times دومی) + اولی^2$$

بنابراین داریم:

$$(2x + 1)^2 = (2x)^2 + (2 \times 2x \times 1) + 1^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

دومین اتحاد، اتحاد مزدومه:

$$(x - 10)(10 + x) = (x - 10)(x + 10) =$$

جواب این اتحاد پی همیشه؟

جمله اول به توان دو و منهای جمله دوم به توان دو

بنابراین:

$$(x - 10)(x + 10) = x^2 - 10^2 = x^2 - 100$$

۱۰ الف) عبارت زیر را به کمک اتحاد، تجزیه کنید.

$$x^2 - 5x + 6 =$$

ب) نامعادله زیر را حل کنید.

$$3 - 2x \geq 5(3 - 2x)$$

الف: این به اتحاد جمله مشترک

$$x^2 - 5x + 6 = (x + \dots)(x + \dots)$$

باید دو تا عدد پیدا کنیم که ضربشون بشه ۶ و جمعشون بشه ۵-

این عددها ۳- و ۲- هستن، بنابراین:

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

ب:

برای حل نامعادله، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

اول طرفین رو تا جایی که می‌تونیم ساده می‌کنیم، مثلا در اینجا عدد در پرانتز ضرب

شده، ضرب رو انجام میدیم تا پرانتز برداشته بشه

$$3 - 2x \geq 5(3 - 2x)$$

$$3 - 2x \geq 15 - 10x$$

در گام دوم، همه جمله‌هایی که x داره رو به طرف می‌بریم و همه عددها رو به طرف

دیگه (توجه داشته باشید اگر جملات از یک سمت نامساوی به سمت دیگه برن،

علامتشون برعکس میشه):

$$3 - 2x \geq 15 - 10x$$

$$10x - 2x \geq 15 - 3$$

$$8x \geq 12$$

ما می‌فوایم x رو داشته باشیم نه $8x$ ، پس طرفین رو بر ۸ تقسیم می‌کنیم:

$$x \geq \frac{12}{8}$$

یا

$$x \geq \frac{3}{2}$$

*** توجه داشته باشید: آگه ما میبور بشیم طرفین رو در عددی منفی ضرب کنیم یا بر عددی منفی تقسیم کنیم، جهت نامساوی عوض میشه ***

۱۱ | الف) خط d به معادله $y = 3x - 2$ را روی محور مختصات رسم نمایید.

ب) شیب خطی که از دو نقطه $[-1, 4]$ و $[5, 2]$ می گذرد را بدست آورید.

ج) معادله خطی بنویسید که شیب آن ۳ باشد و از نقطه $[1, 2]$ بگذرد.

برای رسم خط، دو تا نقطه از خط رو پیدا می کنیم و بهم وصل می کنیم.

به دلفواه x رو برابر ۰ در نظر می گیریم:

$$x = 0 \rightarrow y = 3(0) - 2 = -2$$

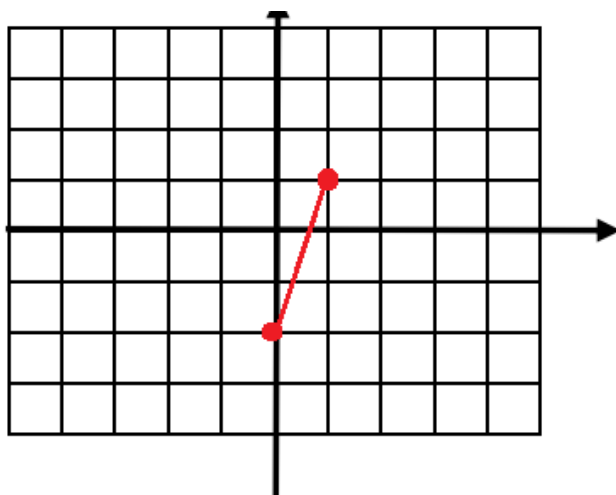
پس اولین نقطه ای که به دست میاریم $[-2, 0]$ هست.

به دلفواه x رو برابر ۱ در نظر می گیریم:

$$x = 1 \rightarrow y = 3(1) - 2 = 1$$

پس دومین نقطه ای که به دست میاریم $[1, 1]$ هست.

این دو نقطه رو روی محور نشون میدیم و به هم وصل می کنیم:



قسمت ب:

فرض کنیم دو نقطه‌ی $[x_1, y_1]$ و $[x_2, y_2]$ به ما داده شده باشد، شیب قطعی که از این دو نقطه میگذرد برابره با:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

بنابراین داریم:

$$m = \frac{5 - (-1)}{2 - 4} = \frac{6}{-2} = -3$$

قسمت ج:

اگر شیب قطعی m و یک نقطه از قطعی یعنی $[x_1, y_1]$ رو داشته باشیم، معادله قطعی گذرنده از این نقطه با شیب m به صورت زیر به دست میاد:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

بنابراین در این سوال داریم:

$$y - 2 = 3(x - 1)$$

$$\begin{cases} x - 3y = 7 \\ 2x - 7y = 15 \end{cases}$$

برای حل دستگاه دو معادله و دو مجهول، باید طرفین یکی از معادله ها رو در عدد مناسبی ضرب کنیم تا وقتی دو تا معادله رو با هم جمع کردیم، یکی از متغیرها حذف بشه با حذف یکی از متغیرها، ما یک معادله و یک مجهول داریم که بلدیم حلش کنیم.

در اینجا طرفین معادله اول رو در -2 ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} -2(x - 3y = 7) \\ 2x - 7y = 15 \end{cases}$$

داریم:

$$\begin{cases} -2x + 6y = -14 \\ 2x - 7y = 15 \end{cases}$$

معادله بالا و پایین رو جمع می‌کنیم:

$$+6y - 7y = -14 + 15 \rightarrow -y = 1 \rightarrow y = -1$$

مقدار y رو به دست آوردیم، اونو به دلفواه توی یکی از معادله ها قرار میدیم تا x رو هم به دست بیاریم:

$$y = -1 \rightarrow 2x - 7(-1) = 15 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$$

$$\frac{2x^2 - 16}{x^2 - 4} - \frac{x + 4}{x + 2} =$$

ب) حاصل عبارت زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\frac{x+2}{x} \times \frac{x^2}{x^2-2x-15} =$$

برای حل این سوال اول باید بین کسرهای مخرج مشترک بگیریم. برای این کار مخرج هر دو کسر رو تا جایی که می‌تونیم تجزیه می‌کنیم:

$$\frac{2x^2 - 16}{x^2 - 4} - \frac{x + 4}{x + 2} =$$

مخرج کسر دوم که تجزیه نمیشه، مخرج کسر اول رو تجزیه می‌کنیم:

$$\frac{2x^2 - 16}{(x + 2)(x - 2)} - \frac{x + 4}{x + 2} =$$

بطوری مخرج مشترک بگیریم؟

نگاه می‌کنیم ببینیم مخرج کسر اول چه جمله‌ای بیشتر از مخرج کسر دوم داره، اون رو در صورت و مخرج کسر دوم ضرب می‌کنیم

در اینجا مخرج کسر اول $x - 2$ رو داره ولی کسر دوم نداره، بنابراین $x - 2$ رو در صورت و مخرج کسر دوم ضرب می‌کنیم:

$$\frac{2x^2 - 16}{(x + 2)(x - 2)} - \frac{(x + 4)(x - 2)}{(x + 2)(x - 2)} =$$

مخرج کسرها با هم برابر شد پس حالا می‌تونیم صورتها رو جمع و منها کنیم:

$$\frac{2x^2 - 16}{(x + 2)(x - 2)} - \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{2x^2 - 16 - x^2 - 2x + 8}{(x + 2)(x - 2)}$$

$$\frac{2x^2 - 16 - x^2 - 2x + 8}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x + 2)(x - 2)}$$

می‌تونیم صورت کسر رو تجزیه کنیم تا جواب ساده‌تر بشه.

صورت کسر اتحاد جمله مشترکه، دنبال دو تا عدد میگردیم که ضربشون بشه ۸- و جمعشون بشه ۲-، عددهای ۴- و ۲+ در این شرایط صدق می‌کنن:

$$\frac{x^2 - 2x - 8}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{(x + 2)(x - 4)}{(x + 2)(x - 2)} = \frac{x - 4}{x - 2}$$

قسمت ب:

این قسمت بین دو تا کسر ضرب انجام شده، بنابراین نیازی نیست که مخرج مشترک بگیریم. برای حل این مدل سوالها گامهای زیر رو انجام میدیم:

صورت و مخرج هر دو کسر رو تا جایی که می‌تونیم ساده می‌کنیم.

عبارتهایی که در صورت و مخرج تکرار شدن رو با هم ساده می‌کنیم (فقط میزنیم)

توجه داشته باشید دو تا عبارت مساوی در صورت رو نمی‌تونیم با هم ساده کنیم.

دو عبارت مساوی در مخرج رو نمی‌تونیم با هم ساده کنیم.

فقط صورت با مخرج

$$\frac{x + 3}{x} \times \frac{x^2}{x^2 - 2x - 15} =$$

در اینجا فقط مخرج کسر دوم نیاز به تجزیه شدن داره:

x^2 رو هم می‌تونیم به صورت $x \times x$ بنویسیم:

$$\frac{x + 3}{x} \times \frac{x \times x}{(x + 3)(x - 5)} =$$

در اینجا به $x + 3$ توی صورت داریم و یکی در مخرج ... پس با هم ساده میشن.

از طرفی به x در مخرج داریم و یکی هم در صورت ... پس اینا هم با هم ساده میشن

$$\frac{\cancel{x+3}}{\cancel{x}} \times \frac{\cancel{x} \times x}{(\cancel{x+3})(x-5)} = \frac{x}{x-5}$$

تقسیم زیر را انجام دهید. ۱۴

$$-x^3 + 8x - 12 \quad | \quad x + 6$$

برای انجام تقسیم گام به گام به صورت زیر عمل می‌کنیم:

گام ۱. اولین جمله مقسوم و اولین جمله مقسوم علیه رو در نظر می‌گیریم:

$$\textcircled{-x^3} + 8x - 12 \quad | \quad \textcircled{x + 6}$$

میگیم چه جمله‌ای باید در x ضرب بشه تا به $-x^3$ تبدیل شه؟ $-x^2$

گام ۲. $-x^2$ رو در مقسوم علیه ضرب می‌کنیم و زیر مقسوم می‌نویسیم:

$$\begin{array}{r} -x^3 + 8x - 12 \quad | \quad x + 6 \\ -x^3 - 6x^2 \quad \hline \hline \end{array}$$

گام ۳. حالا باید این دو تا رو از هم کم کنیم، برای اینکه اشتباه نکنیم، منها رو به جمع

تبدیل می‌کنیم و عبارت پایینی رو قرینه می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} + \quad \cancel{-x^3} + 8x - 12 \quad | \quad x + 6 \\ + \quad \cancel{x^3} + 6x^2 \quad \quad \quad | \quad -x^2 \\ \hline \hline 6x^2 + 8x - 12 \end{array}$$

از اینجا به بعد دوباره همین گامها رو تکرار می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l}
 + \quad -x^3 + 8x - 12 & \textcircled{x} + 6 \\
 +x^3 + 6x^2 & -x^2 \\
 \hline
 \textcircled{6x^2} + 8x - 12 &
 \end{array}$$

چی باید در x ضرب بشه که نتیجه برابر $6x^2$ بشه؟ در $6x$

پس $6x$ رو در قارچ قسمت می‌نویسیم، در قارچ قسمت ضرب می‌کنیم و زیر عبارت سمت چپ می‌نویسیم:

$$\begin{array}{r|l}
 + \quad -x^3 + 8x - 12 & x + 6 \\
 +x^3 + 6x^2 & -x^2 + 6x \\
 \hline
 -6x^2 + 8x - 12 & \\
 -6x^2 + 36x & \\
 \hline
 &
 \end{array}$$

باز هم برای اینکه اشتباه نکنیم، منها رو به + تبدیل می‌کنیم و عبارت پایینی رو قرینه می‌کنیم:

$$\begin{array}{r|l}
 + \quad -x^3 + 8x - 12 & x + 6 \\
 +x^3 + 6x^2 & -x^2 + 6x \\
 \hline
 + \cancel{6x^2} + 8x - 12 & \\
 - \cancel{6x^2} + 36x & \\
 \hline
 -28x - 12 &
 \end{array}$$

یه نکته مهم، تقسیم رو تا کجا باید ادامه بدیم؟

تا جایی که درجه‌ی جملات در قسمت باقیمانده، از درجه‌ی جملات مقسوم‌علیه کمتر باشه.

در اینجا درجه جملات باقیمانده و مقسوم‌علیه با هم برابره (هر دو ۱)، پس باید ادامه بدیم.

باز هم به اولین جمله سمت چپ و اولین جمله مقسوم‌علیه نگاه می‌کنیم:

$$\begin{array}{r}
 + \quad -x^3 + 8x - 12 \quad | \quad \textcircled{x+6} \\
 +x^3 + 6x^2 \quad | \quad -x^2 + 6x \\
 \hline
 + \quad 6x^2 + 8x - 12 \\
 - \quad 6x^2 + 36x \\
 \hline
 \textcircled{-28x} - 12
 \end{array}$$

یه عددی رو در x ضرب کنیم که حاصل برابر $-28x$ بشه؟ -28

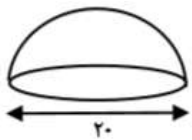
پس -28 رو در فارج قسمت می‌نویسیم، اونو در مقسوم‌علیه ضرب می‌کنیم و نتیجه رو در سمت چپ می‌نویسیم:

$$\begin{array}{r}
 + \quad -x^3 + 8x - 12 \quad | \quad x + 6 \\
 +x^3 + 6x^2 \quad | \quad -x^2 + 6x - 28 \\
 \hline
 + \quad 6x^2 + 8x - 12 \\
 - \quad 6x^2 + 36x \\
 \hline
 - \quad -28x - 12 \\
 - \quad -28x - 168 \\
 \hline
 \end{array}$$

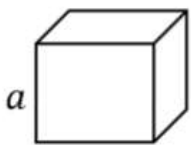
علامت منفی رو به مثبت تبدیل می‌کنیم و عبارت پایین رو تحرینه می‌کنیم و نتیجه رو به دست میاریم:

$$\begin{array}{r}
 + \quad -x^3 + 8x - 12 \quad | \quad x + 6 \\
 +x^3 + 6x^2 \quad | \quad -x^2 + 6x - 28 \\
 \hline
 + \quad 6x^2 + 8x - 12 \\
 - \quad 6x^2 + 36x \\
 \hline
 + \quad -28x - 12 \\
 + \quad 28x + 168 \\
 \hline
 156
 \end{array}$$

در اینجا درجه باقیمانده برابر صفره و از درجه مقسوم علیه کمتره، بنابراین تقسیم تموم همیشه.



۱۵ الف) مساحت یک کلاه (عرق چین) به شکل رویه ی نیم کره به قطر ۲۰ سانتی متر را بیابید.



ب) نسبت حجم به سطح کل مکعبی به طول ضلع a به دست آورید.

$$\frac{V}{S} =$$

الف:

عرقچین به صورت یه نیمکره‌س، پس برای اینکه مساحتش رو پیدا کنیم، مساحت کره رو حساب می‌کنیم و بر ۲ تقسیم می‌کنیم.

مساحت کره از فرمول زیر به دست میاد:

$$\text{مساحت کره} = 4\pi r^2$$

پس مساحت نیمکره برابر همیشه با:

$$\text{مساحت نیمکره} = \frac{4\pi r^2}{2} = 2\pi r^2$$

در شکل، قطر به ما داده شده، پس اون رو بر ۲ تقسیم می‌کنیم تا شعاع به دست بیاد:

$$r = \frac{20}{2} = 10$$

بنابراین:

$$\text{مساحت عرقچین} = 2\pi r^2 = 2 \times 3.14 \times 100 = 628$$

ب.

حجم مکعب به ضلع a برابر با:

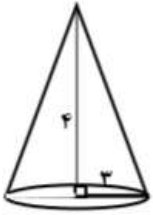
$$V = a^3$$

مساحت مکعب به ضلع a برابر با:

$$S = 6a^2$$

بنابراین:

$$\frac{V}{S} = \frac{a^3}{6a^2} = \frac{a}{6}$$



حجم مخروط برابر است با :

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

۲ شعاع قاعده مخروطه که در اینجا برابر با ۳ هست و h هم قاعده‌س که در اینجا برابره با ۴

بنابراین:

$$r = 3 , \quad h = 4$$

در نتیجه حجم مخروط برابر با:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3.14 \times 3^2 \times 4 = 37.68$$

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال @RiaziBaHam

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتثانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.